



Sistema Bola e Haste

Características do Sistema

Uma bola é colocada em cima de uma haste, tal como é apresentado na figura seguinte, na qual lhe é permitido rolar com um grau de liberdade, ao longo de todo o comprimento da haste. O sistema inclui ainda uma alavanca que está ligada, num dos lados, a um extremo da haste e no outro lado a uma engrenagem. Consoante a engrenagem roda de um ângulo de θ , a alavanca altera o ângulo α (coordenada angular da haste). A alteração de α faz com que a bola rode ao longo da haste devido à acção da gravidade. O controlador deste sistema deve permitir a manipulação da posição da bola na haste.

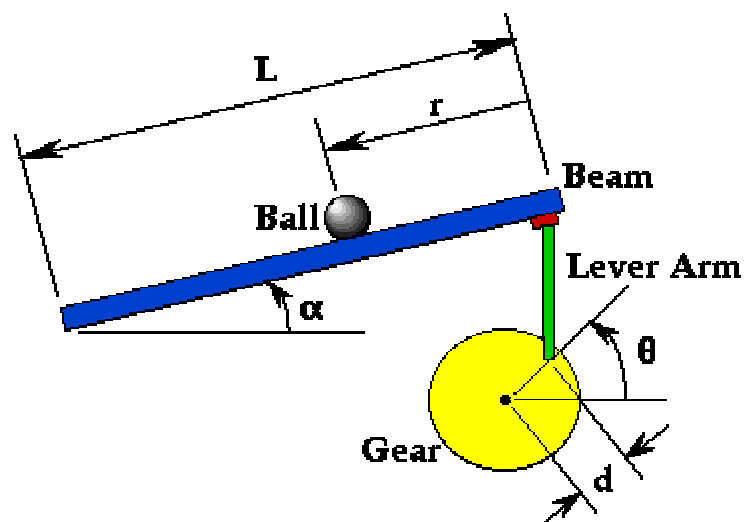


Figura 1: Sistema Bola e Haste

Neste sistema, assume-se que a fricção e o deslizamento entre a bola e a haste são desprezáveis. As constantes e variáveis deste sistema são apresentadas na tabela seguinte:



Símbolo	Descrição	Valor (em unidades SI)
M	Massa da bola	0.11 kg
R	Raio da bola	0.015 m
d	Distância do centro da engrenagem ao braço da alavanca	0.03 m
g	Aceleração da gravidade	9.8 ms ⁻²
L	Comprimento da haste	1.0 m
J	Momento de inércia da bola	9.99e ⁻⁶ kgm ²
r	Coordenada da posição da bola	m
α	Coordenada angular da haste	rad
θ	Ângulo da engrenagem	rad

Tabela 1: Constantes e variáveis do sistema

Modelização do Sistema

A equação que descreve o movimento da bola é dada por:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} + mg \sin \alpha - mr(\dot{\alpha})^2 = 0$$

Fazendo uma linearização da equação em torno de α , obtém-se uma equação aproximada, a qual é apresentada de seguida:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} = -mg\alpha \quad (1)$$

A equação que relaciona o ângulo da haste com o da engrenagem é aproximadamente:

$$\alpha = \frac{d}{L}\theta$$

Substituindo este último resultado na equação (1), obtém-se:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} = -mg \frac{d}{L}\theta \quad (2)$$

Aplicando a Transformada de Laplace à equação (2), obtém-se:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)R(s)s^2 = -mg \frac{d}{L}\theta(s) \quad (3)$$

Deste modo, a Função de Transferência, cuja entrada é representada pelo ângulo da engrenagem, θ , e a saída pela posição da bola, r , é dada por:



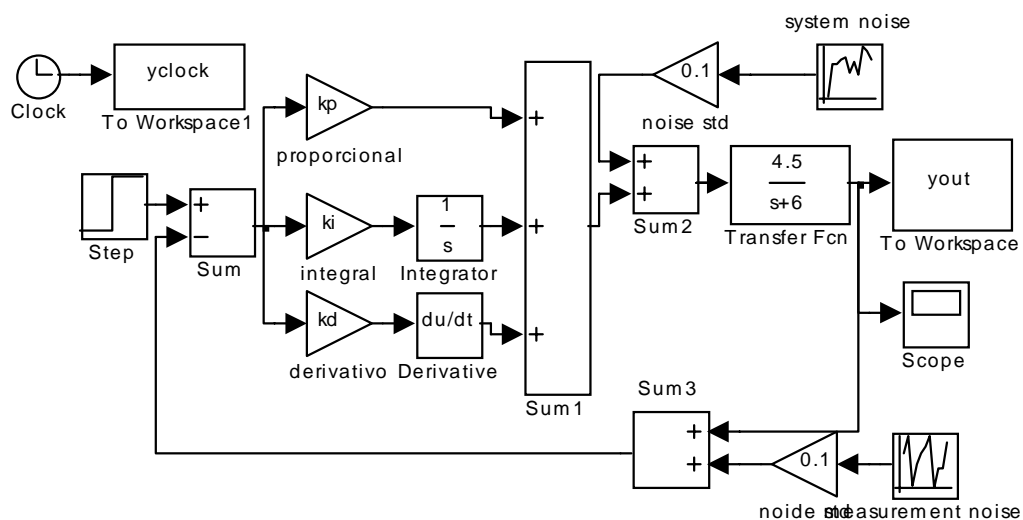
$$\frac{R(s)}{\theta(s)} = -\frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \frac{1}{s^2} \quad (4)$$

É de notar que a planta do processo é um integrador duplo.

Trabalho Prático

Utilizando o Matlab e Simulink, realize as seguintes funções:

1. Função principal – gere a chamada das outras funções – construa um menu que servirá de interface com o utilizador.
2. Função para introduzir os parâmetros da planta.
3. Função que apresenta a resposta a degrau do sistema em malha aberta. Tire conclusões.
4. Função que apresenta a resposta a degrau do sistema em malha fechada. Tire conclusões.
 - Investigue que tipo de controlador (daqueles que conhece) é mais apropriado para este processo, P, PI, PD ou PID.
5. Função que realiza o PID analógico – sintonize os parâmetros do PID da forma que achar mais conveniente. Pretende-se obter um factor de amortecimento de 0.7 e uma frequência natural não amortecida de 2,5 rads⁻¹. Utilize o Simulink para realizar esta função.
 - Apresente a resposta a degrau do sistema em malha fechada, com o controlador PID. Compare-a com os resultados teóricos esperados.
 - Adicione fontes de ruído tal como é indicado na figura seguinte (a figura apresentada não tem qualquer relação com este trabalho) e compare a resposta do sistema com aquela que obteve no ponto anterior.





- Investigue o efeito do termo derivativo na sensibilidade do sistema de ruído. Escolha diferentes valores para K_d e interprete os resultados.
6. Função que realiza o PID discreto. O sistema deve ser definido com a ajuda do Simulink. Não considere as fontes de ruído neste caso.
- Escolha o período de amostragem que achar mais conveniente. Interprete a influência do tempo de amostragem na resposta do sistema discreto.
 - Compare a resposta do sistema discreto com a resposta do sistema contínuo.
 - Volte a adicionar fontes de ruído ao sistema e interprete os resultados obtidos.
7. Função que realiza o PID discreto modificado. O sistema também deve ser definido com a ajuda do Simulink. Analise a robustez deste novo sistema relativamente a perturbações externas. Compare o sistema com o controlador PID discreto modificado com o sistema anterior (PID discreto).

Nota: O controlador não tem de forçosamente ser PID, podendo ser apenas P, PI ou PD. De acordo com o sistema que lhe é apresentado, escolha o controlador que achar ser mais conveniente.

O Trabalho deve ser realizado por grupos de 2 pessoas, devendo ser apresentado um relatório e a disquete com o software realizado, até dia 26 de Abril. Os alunos que o não fizerem sofrerão uma penalização.