



Métodos de Sintonização de Controladores PID

Os controladores PID são muito utilizados em aplicações industriais. A função de transferência que define o controlador PID é dada por:

$$G_C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1)$$

Onde:

K_p – Ganho Proporcional

T_i – Tempo Integral

T_d – Tempo Derivativo

Considerando $e(t)$ como a entrada do controlador PID, então a saída do controlador, $u(t)$, define-se do seguinte modo:

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{-\infty}^0 e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2)$$

Método de Sintonização de Ziegler-Nichols de Malha Aberta

- Determinação dos valores K_p , T_i e T_d , a partir das características da resposta transitória da planta do sistema.
- Com este método pretende-se obter no máximo 25% de overshoot.
- O método de sintonização de Ziegler Nichols em malha aberta só pode ser aplicado a plantas que não envolvam nem integradores, nem pólos complexos conjugados. Caso as condições anteriores se confirmem, então a curva da resposta a degrau assemelhar-se-á a uma curva em forma de S, tal como é apresentada na figura 1. Caso a curva não tenha esta forma, então este método de sintonização não se pode aplicar.
- As curvas de resposta a degrau devem ser obtidas experimentalmente.
- Estas curvas são caracterizadas por um tempo de atraso L e uma constante de tempo T , tal como é apresentado na figura 1.

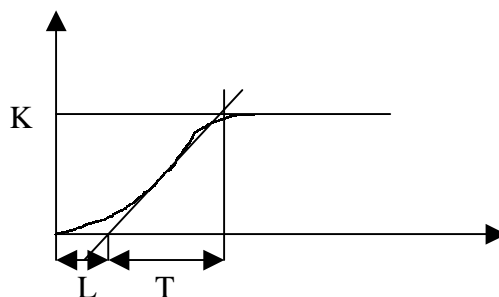


Figura 1: Método de sintonização de Ziegler-Nichols em Malha Aberta

De seguida apresenta-se a tabela de sintonização:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Tabela 1: Sintonização do PID – Método de Ziegler Nichols em Malha Aberta

Método de Sintonização de Ziegler-Nichols de Malha Fechada

- Determinar K crítico, considerando-se apenas o ganho proporcional, isto é fazendo T_d igual a zero e T_i igual a infinito.
- Com este método pretende-se obter no máximo 25% de overshoot.
- Determinar a frequência de oscilação.
- Determinar o período crítico.

De seguida apresenta-se a tabela de sintonização:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{CR}$	∞	0
PI	$0.45K_{CR}$	$\frac{1}{1.2}P_{CR}$	0
PID	$0.6K_{CR}$	$0.5P_{CR}$	$0.125P_{CR}$

Tabela 2: Sintonização do PID – Método de Ziegler Nichols em Malha Fechada



Métodos Analíticos

Nesta situação o modelo da planta, ou melhor, as características dinâmicas do sistema são conhecidas.

Considere-se um sistema de segunda ordem genérico:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (3)$$

Tendo em conta que se pretende projectar um controlador PID para este sistema, de tal mo do que:

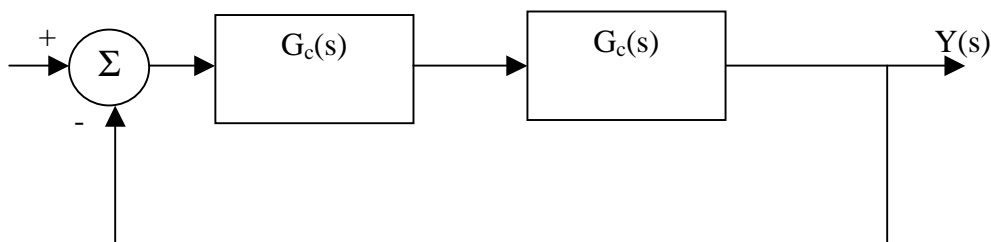


Figura 2: Controlo PID analógico

Método de sintonização dos parâmetros do PID para um sistema de 2ª ordem:

- Determinar a equação característica de 2ª ordem pretendida e determinar os dois pólos que a caracterizam.
- Aproximar a equação característica de 2ª ordem a uma de 3ª ordem. Definir um terceiro pólo que deve ser determinado a partir do critério 10×.
- Determinar $Y(s)/R(s)$ (em malha fechada), de acordo com a figura.
- Igualar as duas equações características de terceira ordem.

Exercícios de Revisão de Alguns Conceitos Relacionados com o Controlador PID analógico.

1. Considere o seguinte sistema:

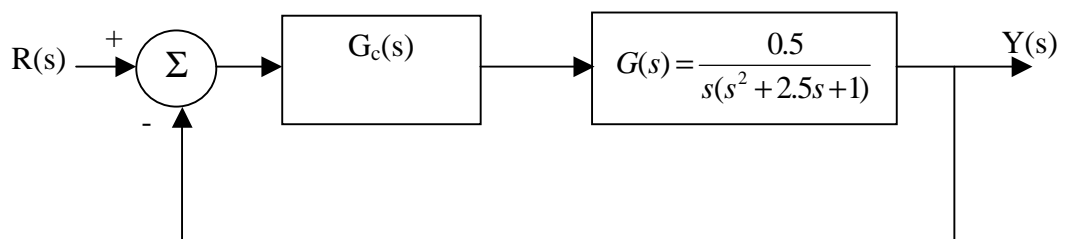


Figura 3: Diagrama de blocos do sistema



- Considere inicialmente que $G_c(s)$ é igual a K_p , ou seja estamos perante um sistema de controlo proporcional. Nestas condições determine o erro estacionário do sistema para uma referência a degrau.
 - Faça um estudo da estabilidade do sistema em função do ganho proporcional.
 - Determine a frequência de oscilação do sistema na margem de estabilidade.
 - Desenhe em detalhe o lugar das raízes.
 - Imagine que K_p tomava o valor correspondente ao factor de amortecimento associado ao par de pólos complexos conjugados de malha fechada, $\xi=0.707$. Será que o comportamento do sistema de controlo se aproxima do comportamento de um sistema de 2ª ordem? Com que factor de amortecimento.
- Usando os dados determinados no exercício anterior, determine a função de transferência do controlador PID adequado ao sistema de controlo da figura 3. Utilize o método de sintonização de Ziegler-Nichols de malha fechada.
 - Considere agora o seguinte sistema de controlo:

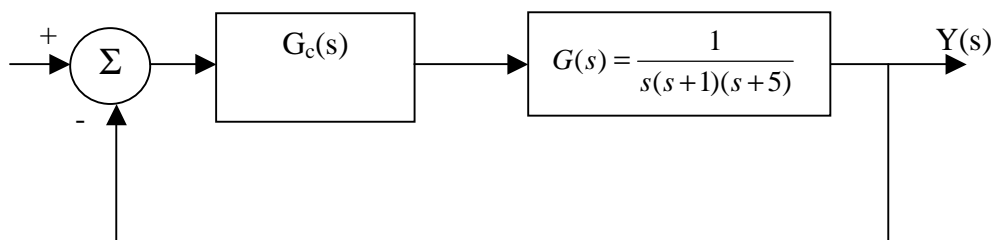


Figura 3: Diagrama de blocos do sistema

Determine os parâmetros PID do sistema utilizando o método de sintonização em malha fechada. Verifique, com a ajuda do Matlab, se overshoot ultrapassa os 25%. Nesse caso ajuste os parâmetros até encontrar os valores pretendidos. Tenha em conta o seguinte:

Tipo de controlador	t_r	Overshoot	t_s	ess
Kp	↓↓↓	↑↑↑	Pouco varia	↓↓↓
Ti	↓↓↓	↑↑↑	↑↑↑	Eliminado
Td	Pouco varia	↓↓↓	↓↓↓	Pouco varia

Tabela 3: Características dos controladores P, I e D

- Considere agora a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)}$$



Prove que neste caso não pode aplicar o método de sintonização de Ziegler-Nichols em malha fechada.

5. Desenhe os diagramas de Bode de um controlador PI dado por $G_c(s) = 5(1 + \frac{1}{2s})$ e do controlador PD dado por $G_c(s) = 5(1 + 0.5s)$.

6. Considere agora a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{3}{s^2 + 7s + 12}$$

Projecte o controlador PID que permita obter as seguintes características de malha fechada: frequência natural não amortecida igual a 2rad/s e amortecimento igual a 0.5.

PID discreto.

O PID discreto pode ser obtido por qualquer um dos métodos numéricos apresentados anteriormente.

Considerando as equações (1) e (2) são agora apresentadas algumas modificações que podem ser realizadas, que tem por vista a melhoria do desempenho do controlador PID.

Modificações necessárias

Filtro Derivativo

Um controlador derivativo puro não deve ser aplicado uma vez que este controlador causa uma amplificação muito elevada do ruído. O ganho do termo derivativo deve deste modo ser limitado. Tal é conseguido através da aproximação função de transferência sT_d do seguinte modo:

$$sT_d = \frac{sT_d}{1 + \frac{sT_d}{N}}$$

A função de transferência obtida pela aproximação apresentada tem um ganho limitado superiormente por N nas altas frequências. O parâmetro N varia tipicamente entre 3 e 20 e tem um valor típico de 10.

Outras Modificações

Para evitar sobre-elongações e esforços no actuador:



- Modificações do termo derivativo: para além do filtro mencionado o termo derivativo deve apenas agir sobre a saída do processo.

$$\text{TermoDerivativo} = -\frac{KsT_D}{1+\frac{sT_D}{N}}Y(s)$$

- Modificações do termo proporcional: este deve agir sobre a saída e apenas sobre uma fracção do sinal de comando

Após as modificações mencionadas obtém-se a seguinte equação que traduz o controlador PID modificado.

$$U(s) = K(bU_c(s) - Y(s) + \frac{1}{sT_i}(U_c(s) - Y(s)) + \frac{sT_d}{1+\frac{sT_D}{N}}Y(s)) \quad (3)$$

Para se obter o PID discreto, uma aproximação popular é a seguinte:

Termo Proporcional: não necessita;

Termo Derivativo: Método das diferenças para trás.

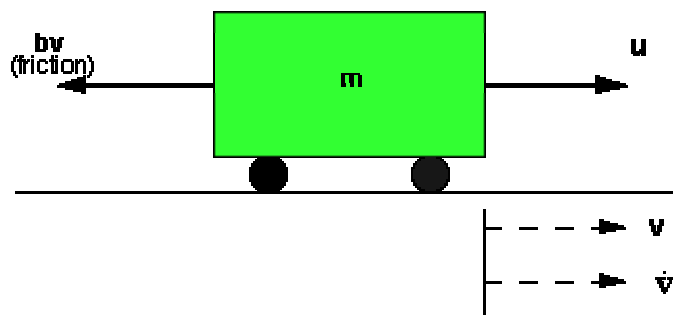
Termo Integral: Método das diferenças para a frente.

Exercícios

1. Explique porque é possível aplicar o método das diferenças para a frente ao termo integral sem que ocorram problemas de estabilidade.
2. Determine, com os métodos à sua escolha os controladores PID obtidos nas alíneas (2) e (3) do grupo de questões anterior.
3. Considere agora o sistema apresentado na questão (7) do grupo anterior. Obtenha a discretização da planta do sistema aplicando o método do mapeamento de pólos e zeros. Discretize o controlador PID, utilizando o método trapezoidal. Determine a função de transferência em malha fechada discreta e compare-a com a do sistema contínuo.



4. Considere o seguinte sistema:



Considerando os seguintes valores:

$$m = 1000\text{kg}$$

$$b = 50\text{Ns/m}$$

$$u = 500\text{N}$$

Considerando v (velocidade) como a saída do sistema e u (força aplicada) como a entrada do sistema:

- Modelize o sistema, obtendo deste modo a função de transferência que o caracteriza.
- Utilizando o Matlab e Simulink, defina as seguintes funções:

Função principal – gere a chamada das outras funções – construa um menu que servirá de interface com o utilizador.

Função para introduzir os parâmetros da planta.

Função para calcular o erro em regime final do sistema.

Função que apresenta a resposta a degrau do sistema em malha aberta.

Função que realiza o PID analógico – sintonize os parâmetros do PID da forma que achar mais conveniente. Deve ser apresentada a resposta a degrau do sistema em malha fechada, com o controlador PID. (Pode utilizar o Simulink)

Função que realiza o PID discreto. O sistema deve ser definido com a ajuda do Simulink.

Função que realiza o PID discreto modificado. O sistema também deve ser definido com a ajuda do Simulink.