



Controlo de um Motor DC de Parâmetros Desconhecidos

Este trabalho tem por objectivo o controlo de um motor DC existente em laboratório, cujo modelo matemático é desconhecido. Pretende-se que os alunos

A figura seguinte representa o modelo equivalente de um motor DC.

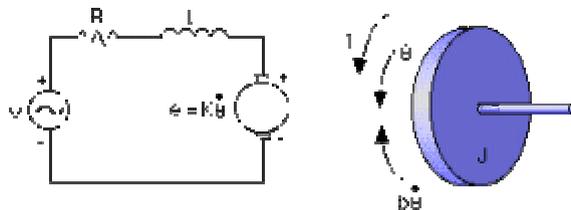


Figura 1: Modelo equivalente de um motor DC

De acordo com a figura anterior os parâmetros do sistema são os seguintes:

- J – Momento de inércia do rotor
- b – Coeficiente de amortecimento
- R – Resistência interna da armadura
- L – Indutância
- K=K_e=K_t – Constante da força electromotriz
- V – Tensão de entrada
- θ - Posição do veio do motor

O binário do motor T está relacionado com a corrente I da armadura pela seguinte relação:

$$T = K_t \times i \quad (1)$$

Por outro lado a fem (e) está relacionada com a velocidade rotacional pela seguinte relação:

$$e = K_e \times \dot{\theta} \quad (2)$$



INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR

Engenharia Electrotécnica

Ainda de acordo com a figura é possível escrever as seguintes equações que definem o modelo do sistema:

$$\begin{aligned} J \ddot{\mathbf{q}} + b \dot{\mathbf{q}} &= K i \\ L \frac{di}{dt} + Ri &= V - K \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3)$$

Aplicando a transformada de Laplace a ambas as equações obtém-se:

$$\begin{aligned} s(Js + b)\mathbf{q}(s) &= KI(s) \\ (Ls + R)I(s) &= V - Ks\mathbf{q}(s) \end{aligned} \quad (4)$$

Eliminando $I(s)$ das equações, e sabendo que $s\mathbf{q}(s) = \dot{\mathbf{q}}(s)$ obtém-se a função de transferência em Malha Aberta, sendo a Tensão $V(s)$ a entrada e a velocidade rotacional $\dot{\mathbf{q}}(s)$ a saída.

$$\frac{\dot{\mathbf{q}}(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2} \quad (5)$$

Considerando que a indutância L do circuito da armadura é geralmente muito pequena podendo ser desprezada, obtém-se a seguinte função de transferência em Malha Aberta:

$$\frac{\dot{\mathbf{q}}(s)}{V(s)} = \frac{K}{(sJR + bR) + K^2} \quad (6)$$

Fazendo as seguintes substituições:

$$K_1 = \frac{K}{RJ}; \mathbf{a} = \frac{1}{J} \left(b + \frac{K^2}{R} \right) \quad (7)$$

Obtém-se a Função de Transferência:

$$\frac{\dot{\mathbf{q}}(s)}{V(s)} = \frac{K_1}{s + \mathbf{a}} \quad (8)$$



Tendo já o modelo da planta do sistema responda às seguintes questões:

1. Utilizando um método experimental adequado, determine o modelo matemático do processo a controlar. Identifique o tipo de sistema e interprete os parâmetros da função de transferência.
2. Simule em ambiente Matlab/Simulink um controlador analógico PID para o modelo de planta obtido anteriormente. O controlador deve ter as seguintes características:

Coeficiente de amortecimento = 0.5;

Frequência natural não amortecida = 2 rad/s.

3. Simule o respectivo PID discreto e indique o período de amostragem adequado. Justifique. Analise o desempenho do sistema para diferentes períodos de amostragem e para perturbações externas aplicadas ao sistema (ex. colocação de uma carga no motor). Analise a robustez de diferentes mapeamentos do plano s para o plano z (ex. transformação bilinear).
4. Implemente no processo real o PID discreto simulado (parâmetros K_p , K_i , K_d e T_s). Registe os valores obtidos e compare-os com os resultados simulados.
5. Usando realimentação de variáveis de estado (tempo discreto), projecte um controlador com os mesmos parâmetros dinâmicos referenciados no ponto 2. Analise o desempenho dos sistema conforme explicado no ponto 4.
6. Tire conclusões.