



Exame Época de Recurso de Controlo Digital / Controlo Inteligente
(Com consulta parcial – duração: 2h15m)

15 de Fevereiro de 2006

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

1. Um motor DC controlado em posição por tensão de armadura é descrito pelas seguintes equações diferenciais (ver Fig. 1):

$$T_m(t) = K_T \cdot i_a(t)$$

$$e_g(t) = K_g \cdot \dot{\theta}_m(t)$$

$$e_a(t) = e_g(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt}$$

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) = T_m(t) - B_m \dot{\theta}_m(t)$$

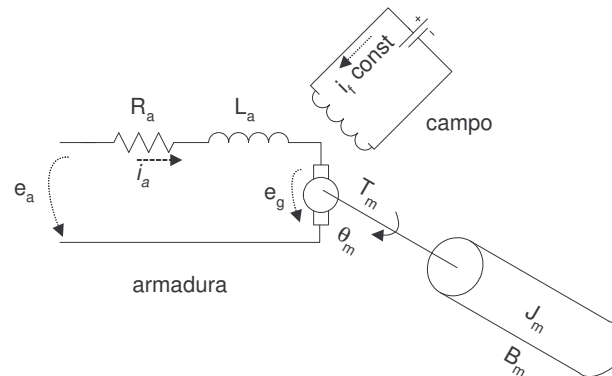


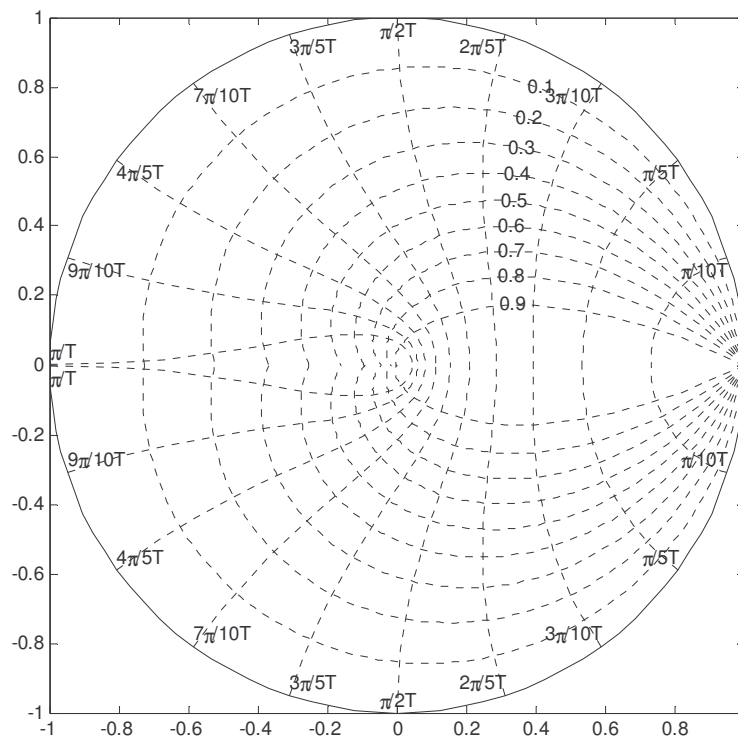
Fig. 1

- a) (cot.: 2.5val.) Obtenha o modelo no espaço de estados considerando como variáveis de estado a velocidade, $\dot{\theta}_m$ e a corrente, i_a e variável de saída a velocidade $\dot{\theta}_m$.
- b) (cot.: 0.5 val.) Desenhe o diagrama de blocos correspondente (sistema em malha aberta).
- c) (cot.: 2.5 val.) Obtenha a Função de Transferência $\frac{\Omega(s)}{E_a(s)}$ a partir do modelo de espaço de estados obtido na alínea a).
- d) Pretende-se controlar o sistema em velocidade cumprindo as seguintes especificações de projecto:
- Tempo de estabelecimento igual a 1 seg. (critério dos 2%)
 - Overshoot igual a 1% (0.001)
- i) (cot.: 2.5 val.) Utilizando a fórmula de *Ackermann* calcule o vector de ganhos K do controlador por realimentação de estados de modo a satisfazer as especificações de projecto.
- Considere os seguintes valores para parâmetros físicos do motor:
- $J_m = 0.01 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2$
 - $B_m = 0.1 \text{ Nms}$
 - $K_g = K_t = 0.01 \text{ Nm/A}$
 - $R_a = 1 \text{ ohm}$
 - $L_a = 0.5 \text{ H}$
- ii) (cot.: 2.5 val.) Calcule o ganho de referência de forma a obter uma resposta a degrau com erro estacionário nulo.

- e) (cot.: 2.5 val.) Obtenha o equivalente discreto do modelo em espaço de estados, considerando $h=0.2$ seg.
Considere:

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0]$$

- f) (cot.: 2.0 val.) Assinale a região do plano complexo Z da Figura 2, onde devem estar localizados os pólos de forma a obedecer às seguintes especificações de projecto:
- $h=0.2$ seg.
 - $\xi \geq 0.9$
 - $w_n \geq 2\pi$ rad /s



- g) (cot.: 1.5 val.) Da análise anterior escolheram-se os pólos desejados em malha fechada em $z_1=0.2$ e $z_2=0.2$. Utilizando a fórmula de Ackermann calcule o vector de ganhos K do controlador por realimentação de estados.
- h) (cot.: 2.0 val.) Após uma análise mais cuidada verificou-se que existia um atraso no processo de uma amostra h . Obtenha o modelo de estado aumentado que contemple este atraso.
- i) (cot.: 1.5 val.) Não sendo possível medir fisicamente a corrente da armadura i_a , implemente um estimador corrente de ordem plena que tenha em conta o atraso referido na alínea anterior. Projecte o estimador localizando dois dos pólos em $z_1=0.1$ e $z_2=0.1$. (Não necessita de calcular o valor final dos ganhos do estimador desde que apresente correctamente e explicitamente os valores das matrizes da expressão final).